

# Modelowanie łuku spawalniczego o zmiennej długości kolumny plazmowej

## Modeling of welding arc with variable plasma column length

### Streszczenie

W artykule opisano modele Cassiego-Bergera i Kułakowa łuku elektrycznego o zaburzonej długości kolumny plazmowej. Przedstawiono nowy model hybrydowy łuku słuszny w zakresach słabych i silnych prądów, a także wyniki symulacji procesów w obwodzie z tym modelem, z wymuszeniem prądowym okresowym i z zaburzeniem monotonicznym. Wykazano też efektywność wykorzystania tego modelu łuku do obliczania urządzeń spawalniczych.

### Abstract

The article describes simple Cassie-Berger and Kulakov models of electrical arc with disturbed plasma column length. A new hybrid model of the arc have been created, correct in weak as well as strong current ranges. Simulation results of processes in a circuit with this model have been presented, with periodic current forcing and monotonic disturbance. Effectiveness of using this arc model to calculate welding devices has been demonstrated in numerical way.

### Wstęp

Do podstawowych zadań układów regulacji wielu urządzeń spawalniczych należą odpowiednia zmiana długości łuku i jej stabilizacja w procesach cięcia i spajania. Ręczne lub automatyczne oddziaływanie na elektrodę prowadzi nie tylko do zmiany mocy rozpraszanej, ale także wpływa na rozkład strumieni ciepłych (radiacyjnych i konwekcyjnych) w kolumnie plazmowej [1]. Choć w krótkim łuku spawalniczym zasadnicze znaczenie mają efekty cieplne w obszarach przyelektrodowych, to na skutek pochłaniania własnego promieniowania ciepłego przez optycznie grubą plazmę formowanie strumieni ciepłych, kierowanych do jeziora spawalniczego i do elektrody, odbywa się we wnętrzu krótkiej kolumny plazmowej [2].

Krótką kolumna plazmowa łuku spawalniczego ze strugami elektrodowymi zjonizowanych par metali

wyróżnia się zmiennością charakterystyk elektrycznych na skutek różnego składu chemicznego atmosfery gazowo-parowej oraz różnych oddziaływań gazodynamicznych i magnetycznych. Oddziaływania te wywołują przede wszystkim zmiany długości kolumny plazmowej. Praktyczne zmierzenie tej długości jest bardzo trudne. Tylko w przypadkach urządzeń plazmowych z łukiem stabilizowanym (np. ściankami kanału lub przepływem gazowym) można podwyższyć dokładność pomiarów.

Rodziny charakterystyk napięciowo-prądowych  $U(I, L)$  stanowią podstawę tworzenia modeli matematycznych łuku potrzebnych do sterowania strumieniami energii i zapewnienia stabilności wyładowania w urządzeniach spawalniczych i elektrotermicznych. W takich przypadkach posługiwanie się modelami stacjonarnymi łuku o stałej długości może prowadzić do znacznych niedokładności w symulowaniu procesów elektrycznych. Dotyczy to przede wszystkim stanów startu i stopu oraz specjalnych technologii spawania (z elektrodą wibrującą CMT – *Cold Metal Transfer*, czy TIG z łukiem odchylanym w polu magnetycznym).

**Dr hab. inż. Antoni Sawicki, prof. PCz**  
– Politechnika Częstochowska.

## Modele łuku elektrycznego o zmiennej długości kolumny plazmowej

Od początku ubiegłego wieku podejmowano liczne próby analitycznego opisu wpływu zmian długości łuku na jego charakterystyki elektryczne statyczne [3]. Najbardziej ogólną zależność podał Nottingham:

$$U = A + Bl + \frac{C + Dl}{I^n} \quad (1)$$

gdzie:  $A, B, C, D, n$  – współczynniki i wykładnik aproksymacji określane na podstawie danych eksperymentalnych.

Szczególne przypadki tego wzoru uzyskali Ayrton, Steinmetz, Browne i inni. Jak z niego widać, składnik napięcia łuku, który nie zależy ani od prądu, ani od długości kolumny, to suma przebiegów spadków napięcia. Zależy ona od rodzaju materiału, kształtu i stanu cieplnego elektrod (zwłaszcza katody), ciśnienia i składu chemicznego środowiska gazowego. Wrażliwość charakterystyk statycznych na zmiany długości kolumny prowadzi do utworzenia rodziny charakterystyk dynamicznych napięciowo-prądowych. Ich opis jest jednak bardziej złożony ze względu na inercję procesów cieplnych, wynikających nie tylko ze zmian prądu, ale także z przebudowy kolumny. Jeśli zmiany długości łuku są niewielkie lub odbywają się z małą prędkością, to wtedy dla wygody obliczeń i w zgodzie z oczekiwaną dokładnością aproksymacji często wykorzystuje się modele Cassiego i Mayra, przyjmując ich parametry jako wielkości stałe. W przypadkach dużych względnych zmian długości łuku lub dużej prędkości wydłużania lub skracania kolumny założenia te mogą prowadzić do znacznych błędów modelowania i symulowania.

Modyfikację równania Cassiego, uwzględniającą zmiany długości łuku, podał Berger [4]. Jego równanie ma postać konduktancyjną:

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\theta_{CB}} \left( \frac{u_{kol}^2}{u_c^2(l) + \frac{1}{g} p_v \left( \frac{dl}{dt} \right)} - 1 \right) \quad (2)$$

gdzie:  $\theta_{CB}$  – stała czasowa modelu.

Ponieważ napięcie na łuku rośnie wraz ze wzrostem długości kolumny, to w [4] zaproponowano następujące podejście do określania składnika kwadratu napięcia modelu Cassiego-Bergera:

$$u_c^2(l) = al \quad (3)$$

przy czym parametr  $a$  [ $V^2/m$ ] jest niemal stały w szerokim zakresie zmian prądu.

Z kolei dodatkowa moc  $p_v(dl/dt)$  jest określona zależnością [4]:

$$p_v \left( \frac{dl}{dt} \right) = \begin{cases} b_1 \frac{dl}{dt}, & \text{jesli } \frac{dl}{dt} > 0 \\ -b_2 \frac{dl}{dt}, & \text{jesli } \frac{dl}{dt} \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

Zmodyfikowane równania Cassiego-Bergera łuku rozciąganego i skracanego przyjmują więc postać konduktancyjną:

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\theta_{CB}} \left( \begin{cases} \frac{u_{kol}^2}{al + \frac{b_1 dl}{g dt}} - 1, & \text{jesli } \frac{dl}{dt} > 0 \\ \frac{u_{kol}^2}{al - \frac{b_2 dl}{g dt}} - 1, & \text{jesli } \frac{dl}{dt} \leq 0 \end{cases} \right) \quad (5)$$

ale jeśli nie działają inne dodatkowe czynniki formujące przemiany energii plazmy, to w większości przypadków modelowania obwodów z łukiem o zaburzonej długości (także skracanym) można przyjąć  $b_2 = 0$ .

Równanie Cassiego daje najlepsze rezultaty w zakresie silnych prądów wyładowania. Taką samą właściwość ma równanie Cassiego-Bergera. Nie może ono wystarczająco dokładnie odwzorowywać procesów w łuku o słabym prądzie, zwłaszcza w okolicach przejść prądu przez wartość zerową.

Kułakow zaproponował modyfikację znanego modelu łuku, wykorzystującego charakterystykę statyczną napięciowo-prądową [5]. Ten zmodyfikowany model I rzędu, uwzględniający zmiany długości kolumny, zapisany w postaci konduktancyjnej jest następujący:

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\theta_{MK}} \left[ \frac{i}{g \cdot l \cdot E_{stat}(i)} - 1 \right] - \frac{1}{l} \frac{dl}{dt} \quad (6)$$

gdzie:  $E_{stat}(i)$  – charakterystyka statyczna natężenia pola elektrycznego;  $\theta_{MK}$  – stała czasowa modelu Kułakowa. Do aproksymacji charakterystyki  $E_{stat}(i)$  wykorzystuje się najczęściej funkcję potęgową  $E(i) = ai^b$  [6].

Możliwości występowania zaburzeń długości łuku w różnych chwilach czasowych powodują potrzebę poszukiwania modeli, które z odpowiednio wysoką dokładnością będą odwzorowywać przebiegi wielkości elektrycznych w zakresach słabych i silnych prądów. Na podstawie podejścia TWV (King-Jet Tsenga, Yaoming Wang, D. Mahinda Vilathgamuwy [7]) zmodyfikowany model hybrydowy kolumny łuku, uwzględniający zmiany jego długości, kojarzy modele (5) i (6) za pomocą odpowiedniej funkcji wagowej  $\varepsilon(i)$ . Ma on postać:

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\theta_{BK}} \left\{ [1 - \varepsilon(i)] \frac{u_{kol}^2}{u_c^2(l) + \frac{1}{g} p_v \left( \frac{dl}{dt} \right)} + \varepsilon(i) \frac{i}{g \cdot l \cdot E_{stat}(i)} - 1 \right\} - \varepsilon(i) \frac{1}{l} \frac{dl}{dt} \quad (7)$$

gdzie  $\theta_{BK}$  jest zastępczą stałą czasową łuku określaną z danych eksperymentalnych. Wprowadzono tutaj oznaczenie:

$$\varepsilon(i) = \exp \left( -\frac{i^2}{I_0^2} \right) \quad (8)$$

gdzie:  $I_0$  – wartość prądu granicznego między modelami Cassiego-Bergera a Kułakowa. W tym przypadku aproksymacja funkcji  $E_{stat}(i)$  powinna być najbardziej dokładna w zakresie słabych prądów. Silnym prądom odpowiada stała wartość napięcia  $u_c(i) = const$ , zależna tylko od długości łuku.

Jeśli uwzględnimy zależności (3) i (4), podane przez Bergera, to na podstawie zależności (7) otrzymamy model:

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\theta_{BK}} \left\{ \left[ 1 - \varepsilon(i) \right] \left[ \frac{u_{kol}^2}{al + b_1 \frac{dl}{dt}}, \text{ jeśli } \frac{dl}{dt} > 0 \right. \right. \\ \left. \left. \frac{u_{kol}^2}{al}, \text{ jeśli } \frac{dl}{dt} \leq 0 \right] + \varepsilon(i) \frac{i}{g \cdot l \cdot E_{stat}(i)} - 1 \right\} - \varepsilon(i) \frac{1}{l} \frac{dl}{dt} \quad (9)$$

Jego implementację komputerową podano w opracowaniu [8].

Do symulacji procesów w obwodach urządzeń elektrotechnicznych, w których zmiany długości kolumny łukowej są stosunkowo powolne ( $dl/dt \approx 0$ ), wzór na uproszczony model hybrydowy kolumny łuku (7) przekształca się do postaci:

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\theta_{BK}} \left\{ \left[ 1 - \varepsilon(i) \right] \frac{u_{kol}^2}{u_c^2(l)} + \varepsilon(i) \frac{i}{g \cdot l \cdot E_{stat}(i)} - 1 \right\} \quad (10)$$

Jeśli uwzględnimy zależności (3) i (4), podane przez Bergera, to z modelu (10) otrzymamy:

$$\frac{1}{g} \frac{dg}{dt} = \frac{1}{\theta_{BK}} \left\{ \left[ 1 - \varepsilon(i) \right] \frac{u_{kol}^2}{al} + \varepsilon(i) \frac{i}{g \cdot l \cdot E_{stat}(i)} - 1 \right\} \quad (11)$$

Pełny model łuku elektrycznego zawiera oprócz konduktancji kolumny także nieliniową konduktancję odwzorowującą przyelektrodowe spadki napięcia (przyanodowy  $U_A$  i przykatodowy  $U_K$ ). Taką dodatkową konduktancję  $g_E$  określa zależność:

$$g_E = \frac{i}{U_K + U_A} = \frac{i}{A} \quad (12)$$

Jest ona połączona szeregowo z nieliniową konduktancją kolumny łukowej  $g_{kol}$ . Wtedy konduktancja wypadkowa wyznaczana jest ze wzoru

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{g_E} + \frac{1}{g_{kol}} \quad (13)$$

## Implementacja uproszczonego modelu łuku o zmiennej długości kolumny plazmowej w MATLAB-Simulink

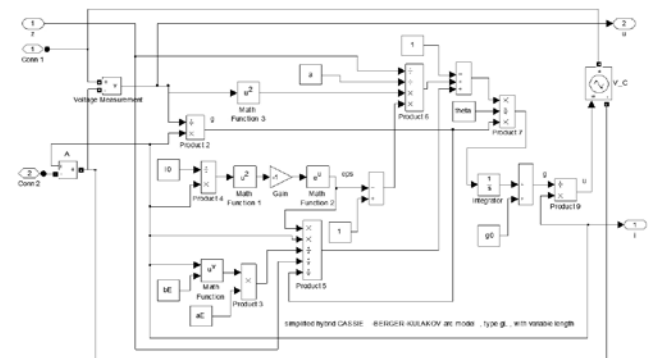
Praktyczne wykorzystanie modeli matematycznych łuku elektrycznego o zaburzanej długości kolumny plazmowej (Cassiego-Bergera, Kułakowa i hybrydowego) do symulowania stanów pracy urządzeń spawalniczych i elektrotermicznych może zostać znacznie

ułatwione przez ich zaimplementowanie w popularnym programie MATLAB-Simulink.

Na rysunku 1 pokazano schemat makromodelu hybrydowego Cassiego-Bergera-Kułakowa łuku o zaburzanej długości kolumny. Opisuje go model matematyczny określony wzorem (11). Efekty symulacji procesów w obwodzie z łukiem (rys. 2), wymuszeniem elektrycznym okresowym i ze zmienioną długością kolumny pokazano na rysunkach 3 i 4. W pierwszym przypadku uwzględniono sumę przyelektrodowych spadków napięcia  $A = 15$  V oraz parametry prostego obwodu szeregowego zasilającego łuk: napięcie sinusoidalne  $E = 80$  V,  $f = 50$  Hz,  $R = 0,5$  W,  $L = 1,5$  mH. Założone parametry modelu łuku były następujące:  $a = 3600$  V<sup>2</sup>/m;  $\theta_{CB} = 3e-4$  s;  $I_0 = 5$  A,  $l(t) = 0,003 + 0,3 t$ . Dane liczbowe z badań eksperymentalnych charakterystyk  $E(l)$  cechują się bardzo dużym rozrzutem. To powoduje, że w literaturze zamieszczone są ich różne aproksymacje [6, 9]. Tutaj przyjęto zależność

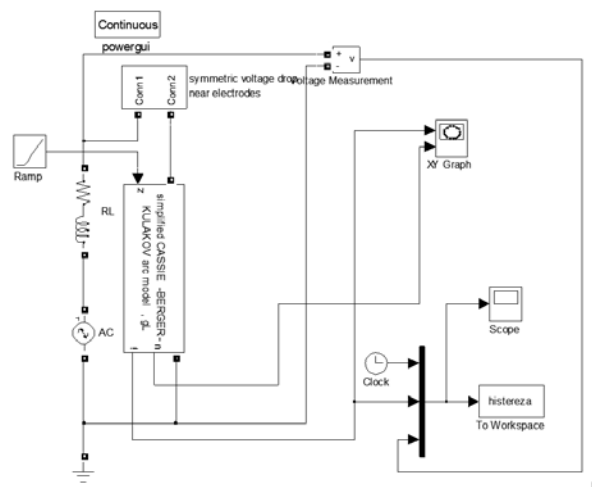
$$E_{stat}(l) = 500l^{0,3}, \text{ V/cm} \quad (14)$$

W drugim przypadku uwzględniono asymetrię przyelektrodowych spadków napięcia  $A_1 = 13$  V i  $A_2 = 18$  V oraz parametry prostego obwodu szeregowego



Rys. 1. Uproszczony makromodel hybrydowy Cassiego-Bergera-Kułakowa łuku elektrycznego

Fig. 1. Simplified hybrid macro model of electrical arc acc. to Cassiego-Berger-Kulakov

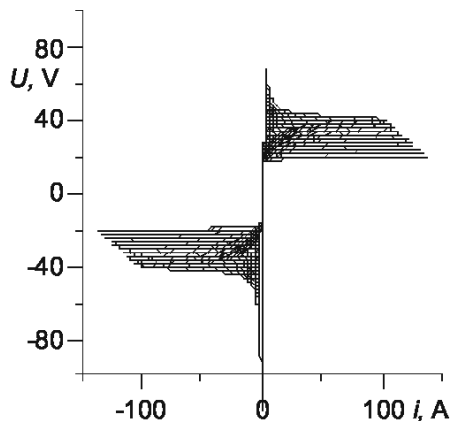


Rys. 2. Schemat symulowanego układu z modelem łuku

Fig. 2. Diagram of simulated for model of the arc

zasilającego łuk: napięcie wymuszające o kształcie meandrycznym  $E_{max} = 115 \text{ V}$ ,  $E_{min} = 10 \text{ V}$ , współczynnik wypełnienia 70%,  $f = 50 \text{ Hz}$ ,  $R = 0,5 \Omega$ ,  $L = 2 \text{ mH}$ . Założone parametry modelu łuku były takie jak poprzednio.

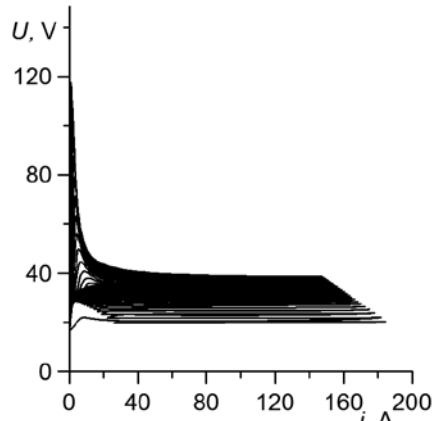
Ponieważ rozciąganiu łuku towarzyszy jednocześnie zmniejszanie prądu, to model hybrydowy wykładniczo samoistnie przełącza się z modelu



**Rys. 3.** Charakterystyki dynamiczne napięciowo-prądowe łuku ze zmienną długością kolumny w obwodzie z wymuszeniem napięciowym sinusoidalnym

**Fig. 3.** The dynamic characteristics of voltage-current of arc with length variable of column in the circuit with a sinusoidal voltage forcing

Cassiego na model Kułakowa. Na rysunkach 3 i 4 wyraźnie widać zmniejszanie się amplitudy prądu i narastanie amplitudy napięcia wraz ze stromymi odcinkami charakterystyk napięciowo-prądowych. W każdym przypadku rozciągania łuków prowadziły do ich zgaśnięcia, którym towarzyszyło powstanie znacznych przepięć.



**Rys. 4.** Charakterystyki dynamiczne napięciowo-prądowe łuku ze zmienną długością kolumny w obwodzie z wymuszeniem impulsowym

**Fig. 4.** The dynamic characteristics of voltage-current of arc with length variable of column in a circuit with pulse forcing

## Wnioski

Ze względu na znaczne zmiany charakterystyk elektrycznych statycznych i dynamicznych łuku rozciąganego poszczególne modele Cassiego-Bergera i Kułakowa nie mogą dokładnie aproksymować procesów w wybranych stanach pracy urządzeń spawalniczych.

Zmodyfikowany hybrydowy model łuku, kojarzący modele Cassiego-Bergera i Kułakowa, umożliwiła

symulowanie procesów elektrycznych w obwodach urządzeń spawalniczych w zakresach słabych i silnych prądów.

Adekwatność modelu hybrydowego Cassiego-Bergera-Kułakowa jest niezależna od chwil (lub faz) działania zaburzeń długości łuku.

## Literatura

- [1] Krouchinin A.M., Sawicki A.: A theory of electrical arc heating. The Publishing Office of Technical University of Częstochowa, Częstochowa 2003.
- [2] Jones R.T., Reynolds Q.G., Curr T.R., Sager D.: Some myths about DC arc furnaces. Southern African Pyrometallurgy 2011, Edited by R.T. Jones & P. den Hoed, Southern African Institute of Mining and Metallurgy, Johannesburg, 6-9 March 2011.
- [3] Farzaneh M., Chisholm W.A.: Insulators for Icing and Polluted Environments. Wiley 2009.
- [4] Berger S.: Mathematical approach to model rapidly elongated free-burning arcs in air in electric power circuits, ICEC 2006, 6-9 June 2006, Sendai, Japan, 2006.
- [5] Математические методы исследования динамики и проблемы управления низкотемпературной плазмой. Низкотемпературная плазма, том 2. Изд-во Наука, Новосибирск 1991.
- [6] Залесский А.М.: Основы теории электрических аппаратов. Изд-во Высшая школа, Москва 1974.
- [7] King-Jet Tseng, Yaoming Wang, D. Mahinda Vilathgamuwa: An Experimentally Verified Hybrid Cassie-Mayr Electric Arc Model for Power Electronics Simulations. IEEE Transactions on Power Electronics, 1997, vol. 12, no. 3, s. 429-436.
- [8] Sawicki A.: Modelowanie łuku elektrycznego o zaburzonej długości kolumny plazmowej. Śląskie Wiadomości Elektryczne 2012, nr 1 s. 9-17.
- [9] Hemmatjou H.: Modeling of ac arc inside wet snow. Université du Québec, October 2006.

Praca naukowa finansowana przez MNiSW ze środków na naukę w latach 2010-2013 jako projekt badawczy Nr N N511 305038.